

Λύση 12^{ης} Άσκησης

Μητρώο δυσκαμψίας κατασκευής

$$[k] = \sum_{i=1}^4 [k] = \begin{bmatrix} 46041.10 & 0 & 0 \\ 0 & 139008.74 & -156067.56 \\ 0 & -156067.56 & 1137141.60 \end{bmatrix}$$

Μητρώο Μάζας

$$[m] = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & I_o \end{bmatrix} \text{ όπου } m_x=m_y=45.87\text{Mgr και } I_o=233.17\text{Mgr m}^2$$

$$[m] = \begin{bmatrix} 45.87 & 0 & 0 \\ 0 & 45.87 & 0 \\ 0 & 0 & 233.17 \end{bmatrix}$$

Επίλυση χαρακτηριστικής εξίσωσης

$$|[k] - \omega^2 \cdot [m]| = 0 \Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 46041.10 & 0 & 0 \\ 0 & 139008.74 & -156067.56 \\ 0 & -156067.56 & 1137141.60 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 45.87 & 0 & 0 \\ 0 & 45.87 & 0 \\ 0 & 0 & 233.17 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$(46041.10 - 45.87\omega^2) \times [(139008.74 - 45.87\omega^2)(1137141.60 - 233.17\omega^2) - 156067.56^2]$$



$\omega_1 = 31.68 \text{ rad/sec}, T_1 = 0.2 \text{ sec}$



$\omega_2 = 46.74 \text{ rad/sec}, T_2 = 0.13 \text{ sec},$
 $\omega_3 = 75.65 \text{ rad/sec}, T_3 = 0.083 \text{ sec}$

Υπολογισμός Ιδιομορφών

1^η Ιδιομορφή

$$\begin{bmatrix} 46041.10 & 0 & 0 \\ 0 & 139008.74 & -156067.56 \\ 0 & -156067.56 & 1137141.60 \end{bmatrix} - \omega_1^2 \begin{bmatrix} 45.87 & 0 & 0 \\ 0 & 45.87 & 0 \\ 0 & 0 & 233.17 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_\theta \end{Bmatrix} = 0$$

$(46041.10 - 45.87\omega_1^2)\varphi_x = 0$. Για την τιμή της ω_1 η παρένθεση μηδενίζεται οπότε η φ_x^1 μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή. Θέτω $\varphi_x^1 = 1.0$

$$\begin{bmatrix} 139008.74 - 45.87 \cdot \omega_1^2 & -156067.56 \\ -156067.56 & 1137141.60 - 233.17 \cdot \omega_1^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_y^1 \\ \varphi_\theta^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \varphi_y^1 = 0, \varphi_\theta^1 = 0,$$

Η οριζουσα του συντελεστή των αγνώστων δε μηδενίζεται οπότε για να έχει λύση το σύστημα προέκυψαν οι τιμές των ιδιομορφών μηδενικές.

$$\varphi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

2^η Ιδιομορφή

$$\begin{bmatrix} 46041.10 & 0 & 0 \\ 0 & 139008.74 & -156067.56 \\ 0 & -156067.56 & 1137141.60 \end{bmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} 45.87 & 0 & 0 \\ 0 & 45.87 & 0 \\ 0 & 0 & 233.17 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_\theta \end{Bmatrix} = 0$$

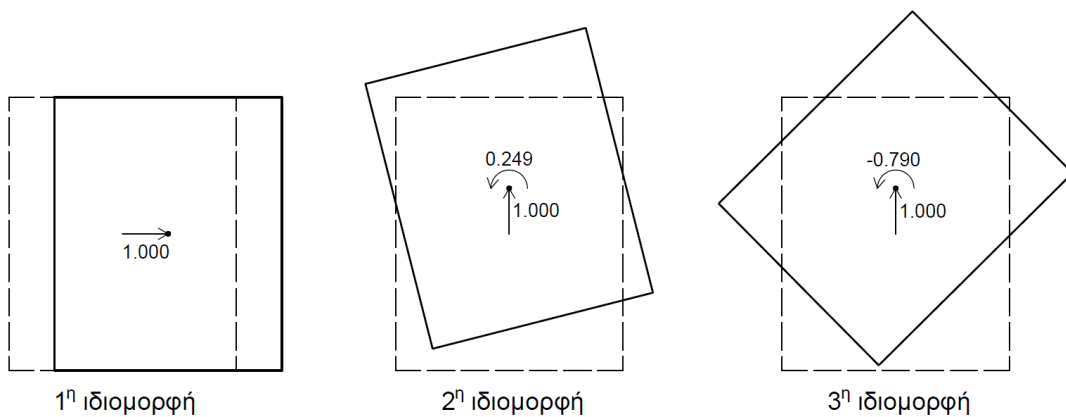
$$\begin{bmatrix} 46041.10 & 0 & 0 \\ 0 & 139008.74 & -156067.56 \\ 0 & -156067.56 & 1137141.60 \end{bmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} 45.87 & 0 & 0 \\ 0 & 45.87 & 0 \\ 0 & 0 & 233.17 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_x \\ 1.0 \\ \varphi_\theta \end{Bmatrix} = 0$$

Θέτω $\varphi_y^2 = 1.0$.

Προκύπτει: $\varphi_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1.0 \\ 0.249 \end{Bmatrix}$

Ομοίως για την τρίτη ιδιομορφή: $\varphi_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1.0 \\ -0.79 \end{Bmatrix}$

Λόγω του άξονα συμμετρίας κατά τη διεύθυνση x, η κίνηση κατά τη διεύθυνση αυτή είναι ανεξάρτητη από την κίνηση κατά τη διεύθυνση y.



Συντελεστές συμμετοχής

Σεισμός X

$$\Gamma_i = \frac{\{\phi_i\}^T \cdot [m] \cdot \{r\}}{\{\phi_i\}^T \cdot [m] \cdot \{\phi_i\}}$$

$$\{r^x\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Gamma_1^x=1.0, \Gamma_2^x=0, \Gamma_3^x=0$$

Σεισμός Υ

Ομοίως:

$$\Gamma_i = \frac{\{\Phi_i\}^T \cdot [m] \cdot \{r\}}{\{\Phi_i\}^T \cdot [m] \cdot \{\Phi_i\}}$$

$$\{r^y\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Gamma_1^y=0.0, \Gamma_2^y=0.76, \Gamma_3^y=0.24$$

Δρώσες Μάζες

$$M_i = \Gamma_i \cdot \{\Phi_i\}^T \cdot [m] \cdot \{r\}$$

$$M_1^y=0.0, M_2^y=34.86, M_3^y=11.01$$

Δεσπόζουσα ιδιομορφή για σεισμό Υ είναι η δεύτερη.